Tạp chí Khoa học ĐHQGHN: Nghiên cứu Giáo dục, Tập 30, Số 2 (2014) 19-27

Nghiên cứu các tình huống dạy học Toán trong môi trường máy tính bỏ túi nhờ một phần mềm giả lập

Lê Thái Bảo Thiên Trung*

Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, 280 An Dương Vương, quận 5, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận ngày 20 tháng 3 năm 2014
Chỉnh sửa ngày 18 tháng 4 năm 2014; chấp nhận đăng ngày 25 tháng 6 năm 2014

Tóm tắt: Trong chương trình và các sách giáo khoa phổ thông Việt Nam hiện hành, xu hướng sử dụng máy tính bỏ túi (MTBT) để trợ giúp tính toán và tổ chức các hoạt động giảng dạy Toán ngày càng được khuyến khích. Vấn đề thiết kế các tình huống dạy học Toán có sử dụng MTBT và thực nghiệm đánh giá các hoạt động này nhằm hoàn thiện chúng trước khi áp dụng vào thực tế giảng dạy đòi hỏi phải có những nghiên cứu nghiêm túc cả về phương diện lý luận lẫn thực nghiệm. Tuy nhiên, các nhà nghiên cứu phương pháp giảng dạy Toán thiếu một phương tiện để thu thập thông tin khi triển khai các tình huống dạy học với MTBT. Trong báo cáo này, chúng tôi sẽ giới thiệu một phần mềm giả lập (PMGL) có giao diện của loại MTBT đang được sử dụng phổ biến ở nhà trường phổ thông hiện này để thu thập thông tin về các thao tác bấm máy của học sinh (theo mô hình máy tính Alpro của Nguyen Chi Thanh 2005, [7]). Chúng tôi cũng sẽ giới thiệu và phân tích một tình huống dạy học có sử dụng MTBT. Kiến thức nhắm đến trong tình huống này là độ chính xác của kết quả trong một nhiệm vụ tính gần đúng.

Từ khóa: Dạy học Toán, máy tính bỏ túi, phần mềm giả lập, tính gần đúng.

1. Lí do xây dựng một phần mềm giả lập

Trong các sách giáo khoa (SGK) phổ thông Việt Nam hiện hành, việc sử dụng MTBT để thực hiện các tính toán và tổ chức các hoạt động dạy học đã được minh họa một cách chính thức[1]. Sự xuất hiện mạnh mẽ của MTBT đặt ra vấn đề nghiên cứu ảnh hưởng của chúng và cách thức tích hợp chúng trong dạy học Toán.

Chúng ta hãy xem xét một kiểu sai lầm quen thuộc được tìm thấy trong bài làm của nhiều học sinh liên quan đến bài toán khảo sát hàm số và vẽ đồ thị ở các kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông (THPT) và tuyển sinh cao đẳng, đại học. Chẳng hạn, với yêu cầu khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

$$y = f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + 12x + 1.$$

[…]

$f'(x) = 2x^2 - 10x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hay $x = 2$

Bảng biến thiên:

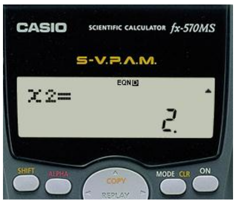
x	- ∞		**3**		**2**		+∞
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

* ĐT: 84-909657826
Email: letbttrung@gmail.com

[1] Với loại máy CASIO FX-220MS (cho bậc học THCS) và CASIO FX-500MS (cho bậc học THPT).

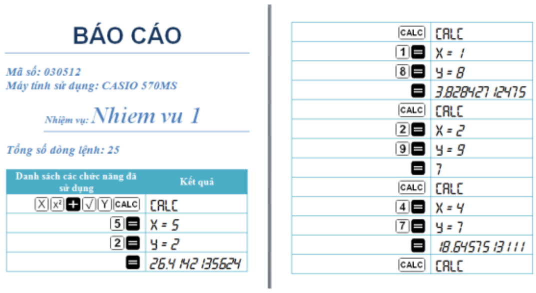
Sự nhầm lẫn thứ tự giữa hai nghiệm của đạo hàm trên bảng biến thiên xuất hiện khá phổ biến trong các bài làm của học sinh[2]. Vậy, đâu là nguồn gốc của sai lầm trên?

Một yếu tố trả lời cho câu hỏi thứ nhất có thể được tìm thấy khi chúng ta thực hiện lại việc tìm nghiệm của đạo hàm bằng chức năng giải phương trình bậc hai một ẩn của máy CASIO FX 570MS (loại máy tính phổ biến hiện nay trong nhà trường Việt Nam).



Như vậy, thứ tự xuất hiện các nghiệm của MTBT giải thích cho sai lầm về mặt thứ tự của chúng trên trục số của bảng biến thiên. Nhà nghiên cứu sẽ dễ phát hiện nguyên nhân sai lầm hơn khi họ có một công cụ để xem lại diễn biến thực tế của học sinh khi sử dụng MTBT.

Trong bối cảnh đặt ra, chúng tôi nhận thấy sự cần thiết phải xây dựng một PMGL có giao diện và hành vi số giống với các loại MTBT được sử dụng phổ biến trong trường phổ thông Việt Nam hiện nay[3]. PMGL là một công cụ cho phép tiếp cận "*hộp đen*"[4] - người học - ở các tình huống dạy học cụ thể trong môi trường MTBT nhờ chức năng lưu lại các phím mà học sinh đã thao tác.



PMGL có chức năng lưu lại các phím đã thao tác và các kết quả tính toán tương ứng mà người học đã thực hiện trên giao diện MTBT của PMGL. Nghĩa là, nếu chỉ quan sát sản phẩm viết của học sinh trong nhiều hoạt động dạy học với MTBT, chúng ta sẽ không biết rõ điều gì dẫn đến câu trả lời của họ cũng như điều gì khiến họ không trả lời. Chúng tôi sẽ làm rõ hơn những lợi ích kể trên trong phần tiếp theo của bài báo.

Chúng tôi đã vận dụng PMGL để nghiên cứu hai tình huống dạy học Toán liên quan đến các chủ đề: số gần đúng và lập trình tính toán. Trong khuôn khổ của bài báo này, chúng tôi chọn giới thiệu trường hợp dạy học tính toán gần đúng.

2. Nghiên cứu một hoạt động dạy học với phần mềm giả lập: trường hợp số gần đúng

Trong hầu hết các ngành nghề được đào tạo ở bậc cao đẳng - đại học, người học ít nhiều đều phải thực hiện các tính toán gần đúng. Nhưng chỉ một số ít trong số các ngành học ở bậc này còn nghiên cứu sâu về số gần đúng. Vì vậy, người học chỉ dựa chủ yếu vào các kiến thức đã tiếp thu ở bậc phổ thông khi thực hiện các phép

---

[2] Sai lầm trên xuất hiện ngay cả khi học sinh tính f(3) và f(2) trong bảng biến thiên. Việc vẽ đúng đồ thị (với bảng biến thiên sai) trong trường hợp này cho thấy dường như học sinh đã thuộc các dạng đồ thị ứng với các dạng hàm số quen thuộc trong dạy học giải tích.

[3] Chúng tôi đã chọn giao diện và hành vi số của MTBT CASIO FX570 MS để xây dựng PMGL tương ứng - loại máy đang được học sinh trung học sử dụng phổ biến hiện nay.

[4] "Cho đến giữa thế kỉ XX người ta vẫn tin rằng, nếu không có cách gì hiểu sâu được tâm linh con người, thì cũng có những quy luật chung chi phối cách ứng xử của từng cá thể.

[…]

Tác nhân kích thích S -----------------> Chủ thể ---------------> Phản xạ đáp lại R

(Hộp đen)

Trong quan điểm này, chủ thể được coi như một hộp đen. Người ta không tính gì đến lịch sử, kiến thức, quy trình tư duy của chủ thể" ([1], trang 39).

tính gần đúng. Sinh viên thường đặt câu hỏi: chúng ta phải lấy bao nhiêu chữ số thập phân? Câu hỏi này chắc chắn sẽ làm nhiều giảng viên lúng túng và khó đưa ra câu trả lời hợp lí và như vậy các câu hỏi Toán học sau đây có thể được đặt ra:

- Tại sao phải làm tròn kết quả gần đúng từ MTBT?

- Làm sao xác định độ chính xác của một kết quả gần đúng này? Làm sao cải thiện nó?

2.1. Một số yếu tố Toán học về đối tượng số gần đúng

Trong khuôn khổ của bài báo, chúng tôi chỉ tổng hợp lại một số khía cạnh cần thiết về đối tượng số gần đúng nhằm giải thích và đánh giá thực trạng dạy học đối tượng này ở trường phổ thông. Chúng tôi cũng giới hạn nghiên cứu của mình trên số gần đúng thập phân, được sử dụng gần như duy nhất trong các tính toán thông thường.

Khi ước lượng một số thực bằng một số gần đúng mà không đánh giá được độ chính xác thì số gần đúng ấy không có giá trị sử dụng. Nói cách khác mọi số đều là số gần đúng của nhau và vấn đề là số nào gần với số cần tìm hơn.

Để đánh giá một số gần đúng, ta thường định nghĩa khái niệm *sai số tuyệt đối:*

"Nếu a là giá trị đúng của một đại lượng và a là giá trị gần đúng của a* thì sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng a là đại lượng Δa sao cho* $|a^*-a| \le \Delta a$. *Vậy* $a-\Delta a \le a^* \le a+\Delta a$. *Ta thường ghi:* $a^* = a \pm \Delta a$ *". ([6], trang 13).*

Đứng trước yêu cầu cần ước lượng một số nào đó ta đi tìm số gần đúng và cần phải đánh giá số gần đúng này nghĩa là lại phải ước lượng sai số tuyệt đối. Thuật ngữ *độ chính xác* được hiểu là một ước lượng của sai số tuyệt đối. Chẳng hạn, sai số tuyệt đối của 1,41 - một số gần đúng của $\sqrt{2}$ - được biểu diễn hình thức là $|\sqrt{2}$ -1,4|. Tuy nhiên, biểu diễn hình thức này chẳng cho biết được độ chính xác của sai số. Vậy là, ta lại cần phải tính gần đúng $|\sqrt{2}$ -1,41|. Nói cách khác, phải bằng lòng với một Δa sao cho $|\sqrt{2}$ -1,41| nhỏ nghiêm ngặt hơn Δa, chẳng hạn $|\sqrt{2}$ -1,41| < 10^{-2}.

Giới hạn trong vấn đề xấp xỉ thập phân, khi thực hiện tính toán gần đúng người ta thường hài lòng chọn một kết quả thập phân theo *quy tắc làm tròn* và trong trường hợp này một độ chính xác có thể không được thông báo tường minh. Quy tắc làm tròn có thể được phát biểu như sau:

"[...] quy tròn sao cho sai số quy tròn tuyệt đối không lớn hơn một nửa đơn vị ở hàng được giữ lại cuối cùng, tức là 5 đơn vị ở hàng bỏ đi đầu tiên, cụ thể là, nếu chữ số bỏ đi đầu tiên ≥ 5 thì thêm vào chữ số giữ lại cuối cùng một đơn vị, còn nếu chữ số bỏ đi đầu tiên <5 thì để nguyên chữ số giữ lại cuối cùng". ([9], trang 10).

Như vậy, quy tắc này được áp dụng trên một khai triển thập phân của số thực. Chúng ta sẽ đánh giá được sai số tuyệt đối khi làm tròn số và như vậy xác định được một độ chính xác. Chẳng hạn người ta thường viết $\sqrt{5} \approx 2,2361$ nhưng không nói rõ độ chính xác, theo tính chất đã phát biểu, 2,2361 có sai số tuyệt đối nhỏ hơn hay bằng $0,5.10^{-4}$ và mọi chữ số thập phân của số gần đúng này đều là *chữ số chắc chắn*[5].

Cách viết số gần đúng dạng $a \approx \overline{a,a_1a_2...a_n}$ không kèm theo độ chính xác có thể khiến người ta hiểu nhầm: mọi chữ số của nó đều là chữ số chắc chắn nghĩa là nó có một độ chính xác $0,5.10^{-n}$ hay đơn giản hơn nó có một độ chính xác 10^{-n}. Cách hiểu này sai khi chúng ta thực hiện nhiều tính toán gần đúng trung gian nhưng lại không đánh giá sai số tuyệt đối của số cuối cùng thông qua các sai số trung gian.

[5] Chữ số thập phân thứ k được gọi là chữ số chắc chắn nếu $\Delta a \le \frac{1}{2}.10^k$ với Δa là sai số tuyệt đối của số gần đúng a của số thực a^*.

Không khó để chứng minh quy luật đơn giản về sai số đối với hai phép toán cộng và trừ:

Khi thực hiện phép cộng hay trừ trên mỗi cặp số gần đúng có cùng số chữ số thập phân, giả sử có *n* chữ số thập phân, với điều kiện mọi chữ số của chúng đều chắc chắn thì kết quả nhận được chỉ đảm bảo n-1 chữ số thập phân đầu tiên là chắc chắn.

Tuy nhiên, quy luật về sai số đối với phép nhân hay chia các cặp số thập phân phức tạp hơn nhiều và phụ thuộc vào tỷ lệ giữa sai số và độ lớn của các số thập phân trong phép tính. Khái niệm *sai số tương đối*[6] có thể được sử dụng để nghiên cứu sai số trong các phép tính nhân và chia.

2.2. Số gần đúng trong dạy học Toán bậc trung học

Các nội dung liên quan trực tiếp đến tri thức về số gần đúng được giảng dạy ở lớp 7 (bậc trung học cơ sở) và lớp 10 (bậc trung học phổ thông).

Mục tiêu giảng dạy số gần đúng được nêu trong chương trình Toán 7 (trang 97) như sau:

- Về kĩ năng, học sinh phải "*vận dụng thành thạo các quy tắc làm tròn số*".

- Về kiến thức, học sinh *"biết ý nghĩa của việc làm tròn số"* với ghi chú *"không đề cập đến các khái niệm sai số tuyệt đối, sai số tương đối, các phép Toán về sai số"*.

Chúng ta có thể đặt câu hỏi: nếu khái niệm sai số hoàn toàn không được đề cập đến ở lớp 7 thì những ý nghĩa nào mà hệ thống dạy học có thể mong đợi ở người học đối với việc làm tròn số?

Chúng tôi không tìm thấy một lí do nào từ phương diện Toán học cũng như thực tế giải thích cho các quy tắc làm tròn số khi xem xét SGK Toán 7 - nghĩa là: không có lí do cho câu hỏi tại sao phải làm tròn số. Đối với học sinh sau, việc làm tròn số từ một số thập phân cho trước dường như chỉ mang ý nghĩa như sự viết gọn số thập phân này kèm theo dấu ≈.

Chương trình Toán 10 (trang 34) đặt ra mục tiêu:

- Về kĩ năng, học sinh *"viết được số quy tròn dựa vào độ chính xác cho trước"* và *"biết sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán với các số gần đúng"*.

- Về kiến thức, học sinh "biết khái niệm số gần đúng, sai số".

Sự xuất hiện của hai đối tượng cơ bản gắn với khái niệm số gần đúng - sai số và độ chính xác - hứa hẹn làm rõ ý nghĩa của các quy tắc làm tròn mà học sinh đã được yêu cầu thực hiện thành thạo ở Lớp 7. Ngoài ra, MTBT trở thành công cụ duy nhất giúp khai triển thập phân các số thực ở bậc học này. Chẳng hạn:

"*4. Thực hiện phép tính sau trên máy tính bỏ túi (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân)*

a) $3^7\sqrt{14}$

b) $\sqrt[3]{15}.12^4$

Hướng dẫn cách giải câu a). Nếu dùng máy tính CASIO fx-500 MS ta làm như sau

Ấn $\boxed{3}$ $\boxed{\wedge}$ $\boxed{7}$ $\boxed{x}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

Ấn liên tiếp phím $\boxed{MODE}$ *cho đến khi màn hình hiện ra*

Fix	Sci	Norm
1	2	3

Ấn liên tiếp $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ *để lấy 4 chữ số ở phần thập phân. Kết quả hiện ra trên màn hình là 8183.0047*" ([10], tr.23)

---

6 Sai số tương đối của a - giá trị gần đúng của a^* - là lượng δa sao cho $\frac{\Delta a}{|a^*|} \le \delta a$

Tuy nhiên, việc đọc kết quả không được giải thích bằng các tri thức toán học về số gần đúng đã giảng dạy.

Đến đây, ta có thể kết luận: học sinh được mong đợi sử dụng quy tắc làm tròn khi đọc các kết quả tính toán gần đúng từ màn hình MTBT nhưng không cần giải thích gì về độ chính xác của các kết quả này từ các khái niệm sai số tuyệt đối hay độ chính xác đã giới thiệu.

Vai trò công cụ của số gần đúng trong dạy học Toán bậc trung học

Sau khi đối tượng số gần đúng được nghiên cứu ở Lớp 10, nó trở thành công cụ trong các bài toán tính gần đúng sau đó, chẳng hạn tính gần đúng diện tích, thể tích và giải tam giác… Chúng tôi giới hạn nghiên cứu của mình trong lớp bài toán giải tam giác (trong nội dung Hình học Lớp 10) vì ở đó việc tính gần đúng được thực hiện nhiều nhất với mục đích: xét xem các khái niệm cơ bản gắn với đối tượng số gần đúng như sai số tuyệt đối và độ chính xác được vận dụng như thế nào.

Trong chủ đề Giải tam giác, học sinh được cho phép và mong đợi thực hiện các tính toán gần đúng. Người học sẽ giải mã điều này thông qua việc các số đo cạnh có đơn vị, chẳng hạn như “cm” và góc có đơn vị “ ° ”. Ví dụ:

“Cho tam giác ABC có $\hat{A}=120^0$*, cạnh b=8cm và c= 5cm. Tính cạnh a và các góc* $\hat{B}$*,* $\hat{C}$*.” ([11], tr 59)*

Sau đây là lời giải mong đợi trong sách giáo viên:

“*Theo định lí côsin ta có:*

$$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\left(-\frac{1}{2}\right) = 129$$

$$\Rightarrow a \approx 11,36cm$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{129 + 5^2 - 8^2}{2.11,36.5} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 37^0 48'$$ […]” ([12], tr 68)

Tuy nhiên nếu ta tính trực tiếp góc B theo công thức $\hat{B} = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right)$ với giá trị chính xác $a^2 = 129$ bằng MTBT ta có:

Nghĩa là hai chữ số thập phân sau dấu phẩy từ kết quả của SGV không phải là các chữ số chắc chắn.

Tất cả đề bài toán giải tam giác trong hai quyển SGK Hình học Lớp 10 (cơ bản và nâng cao) đều thiếu quy định về độ chính xác của các kết quả cần tính. Các kết quả gần đúng trình bày trong bài giải được đọc từ màn hình hiển thị kết quả thập phân của MTBT bằng quy tắc làm tròn nhưng không hề chỉ rõ độ chính xác. Ngoài ra, việc tính gần đúng kết quả cuối cùng được thực hiện thông qua các kết quả gần đúng trung gian và điều này làm cho các chữ số của kết quả cuối cùng không còn đảm bảo là các chữ số chắc chắn nữa. Nói cách khác ta hoàn toàn không biết độ chính xác của kết quả cần tìm.

2.3. Nghiên cứu một tình huống dạy học nhờ phần mềm giả lập

Chúng tôi đã xây dựng, phân tích và thực nghiệm một tình huống dạy học xoay quanh một bài toán thuộc kiểu tính toán các yếu tố của tam giác vuông khá quen thuộc trong chương trình THCS. Mục tiêu của thực nghiệm là tạo ra một môi trường cho phép bổ sung cho học sinh hai kết luận sau:

- Kết luận 1: *Nếu thực hiện tính gần đúng thông qua các số gần đúng có được từ các tính toán trung gian thì độ chính xác ở các bước trung gian sẽ ảnh hưởng đến độ chính xác ở bước cuối cùng.*

- Kết luận 2: *Muốn có độ chính xác tốt hơn, ta chỉ thực hiện tính toán gần đúng ở bước cuối* *cùng với MTBT. Nghĩa là thiết lập một quy trình hay một công thức tính toán trực tiếp kết quả và thay số vào bước cuối cùng.*

Tình huống gồm 3 pha diễn ra trong 45 phút xoay quanh bài toán:

> Cho tam giác ABC vuông tại C, AC = 55,9808 cm; AB=57,9556cm. Trên AB lấy M sao cho MA= $\frac{2}{3}$ AB. N là điểm trên cạnh AC sao cho MN vuông góc với AC. Hãy tính độ dài MN (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Chúng tôi chọn lựa những số đo với bốn chữ số thập phân (khác với các kết quả gần đúng trong sách giáo khoa: thường là một hay hai chữ số thập phân) với mục đích cho học sinh tính gần đúng với độ chính xác cao. Bởi vì, nhiều tính toán gần đúng trong kinh tế và khoa học kĩ thuật yêu cầu những kết quả có sai số rất nhỏ. Ngoài ra, khi thực hiện nhiều tính toán trung gian, nếu độ chính xác chỉ khoảng 10^{-2} (ứng với hai chữ số thập phân) sai số dễ xảy ra với phần nguyên của kết quả.

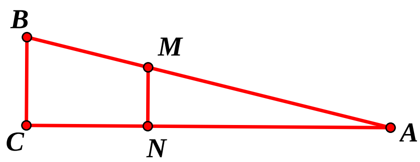
Trong khuôn khổ của bài báo, chúng tôi chỉ trình bày pha 1 của tình huống và làm rõ lợi ích của PMGL trong việc phân tích sản phẩm thực nghiệm.

20 học sinh của một lớp 12 (đã học xong các nội dung về số gần đúng và giải tam giác) được yêu cầu mở PMGL trên các máy tính điện tử và giải bài toán trên (nghĩa là tính gần đúng MN chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Với những lựa chọn cho bài toán, ta có thể dự kiến hai nhóm chiến lược giải như sau :

- Nhóm chiến lược 1: Tính gần đúng thông qua các kết quả gần đúng trung gian

Học sinh thực hiện các tính toán gần đúng ở bước trung gian và sử dụng các kết quả gần đúng ở bước trung gian để tính MN.



Trong trường hợp này ta có thể dự kiến một số kết quả quan sát được như sau:

Kết quả 1 : tính $MN = \frac{2}{3}BC$ theo giá trị gần đúng của BC	**Kết quả từ màn hình MTBT**
$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{57{,}9556^2 - 55{,}9808^2} \approx 15{,}0001$ $MN = \frac{2}{3}BC \approx 10{,}0001$	
Kết quả 2: tính $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2}$ theo các giá trị gần đúng của AM và AN	**Kết quả từ màn hình MTBT**
AM= $\frac{2}{3}$ AB= $\frac{2}{3}$ 57,9556≈38,6371; AN= $\frac{2}{3}$ AC≈37,3205 MN= $\sqrt{AM^2 - AN^2}$ ≈10,0003	

- Nhóm chiến lược 2: Chỉ tính gần đúng ở bước cuối cùng

Chúng tôi hy vọng sự xuất hiện chiến lược này vì sự thuận lợi khi sử dụng định lí Thales. Trong trường hợp này, chúng ta có thể quan sát thấy một số kết quả như sau:

Kết quả 3 : tính $MN=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\sqrt{AB^2-AC^2}$	**Kết quả từ màn hình MTBT**
$MN=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\sqrt{AB^2-AC^2}\;=\frac{2}{3}\sqrt{57{,}9556^2-55{,}9808^2}\;\approx 10{,}0000$	
Kết quả 4: Tính $MN=\sqrt{(\frac{2}{3}AB)^2-(\frac{2}{3}AN)^2}$	**Kết quả từ màn hình MTBT**
MN== $\sqrt{(\frac{2}{3}\times 57{,}9556)^2-(\frac{2}{3}\times 55{,}9808)^2}$ ≈10,0000	

Nếu nhập đúng cú pháp vào MTBT thì nhóm chiến lược này có thể cho kết quả chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy luôn là 10,0000.

Sau pha 1 ta có thể tổ chức một sự đối chiếu giữa các kết quả khác nhau do 2 nhóm chiến lược mang lại và tiến hành tổng kết thành các kết luận trong pha 2 và pha 3.

Chiến lược	*Tính gần đúng thông qua các kết quả gần đúng trung gian*	*Chỉ tính gần đúng ở bước cuối cùng*
Kết quả quan sát được	10,0003 hay 10,0001 hay, v.v...	10,0000 hay 10

Kết quả thực nghiệm pha 1 và lợi ích của PMGL

- Phù hợp với kết quả phân tích chương trình SGK, chúng tôi ghi nhận 18 (trên 20) học sinh sử dụng chiến lược tính gần đúng thông qua các kết quả gần đúng trung gian. Chẳng hạn:

- Với sự lựa chọn của bài toán, chúng ta có 2 (trên 20) học sinh sử dụng chiến lược chỉ tính gần đúng ở bước cuối cùng. Chẳng hạn:

- Chức năng lưu lại lịch sử bấm phím của PMGL cho phép chúng tôi quan sát những kết quả khác (chưa dự kiến được trong phân tích tiên nghiệm) của chiến lược tính gần đúng thông qua các kết quả gần đúng trung gian. Chẳng hạn:

Học sinh mã số 27 đã tính $MN=\dfrac{MA\times BC}{AB}$ thông qua giá trị gần đúng với 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy của BC≈15,0001 và AM≈38,6371. Như vậy nhà nghiên cứu sẽ biết rõ lí do tại sao có kết quả gần đúng của MN là 10,0001.

- Nếu không có PMGL chúng tôi sẽ khó xác định học sinh đã sử dụng chiến lược nào. Bởi vì cũng dưới sự ảnh hưởng của các SGK một số học sinh không để ý đến yêu cầu lấy 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy và mặc dù sử dụng chiến lược tính gần đúng thông qua các kết quả gần đúng trung gian họ vẫn cho kết quả MN ≈ 10. Chẳng hạn:

BÁO CÁO

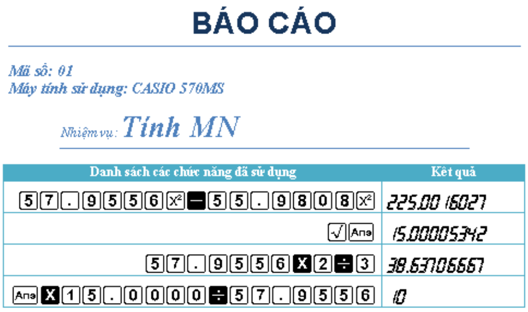
Mã số: 21
Máy tính sử dụng: CASIO 570MS

Nhiệm vụ: tinh MN

Danh sách các chức năng đã sử dụng	Kết quả
√ (5 7 . 9 5 5 6 x² − 5 5 . 9 8 0 8 x²)	15.00005342
1 5 ÷ 3 a b/c 2	10

Học sinh mã số 21 đã tính $MN = \dfrac{BC}{3/2}$ với giá trị gần đúng của BC là 15 do cắt từ kết quả 15,00005342 hiển thị trên màn hình MTBT.

- Chúng tôi còn phát hiện sự sử dụng phím nhớ Ans[7] ở một số học sinh. Việc một số học sinh sử dụng phím nhớ này mở ra triển vọng dạy học các yếu tố lập trình với MTBT đã được phân tích rõ trong Nguyen Chi Thanh (2005).



BÁO CÁO

Mã số: 01
Máy tính sử dụng: CASIO 570MS

Nhiệm vụ: Tính MN

Danh sách các chức năng đã sử dụng	Kết quả
5 7 . 9 5 5 6 x² − 5 5 . 9 8 0 8 x²	225.0016027
√ Ans	15.00005342
5 7 . 9 5 5 6 × 2 ÷ 3	38.63706667
Ans × 1 5 . 0 0 0 0 ÷ 5 7 . 9 5 5 6	10

Thật thú vị khi phân tích lời giải này của học sinh mã số 01 mà chắc chắn chúng ta sẽ không nhìn thấy được nếu chỉ dựa vào sản phẩm viết của em. Tiến trình tính toán của học sinh như sau:

Tính gần đúng $BC^2 = AB^2 - AC^2$. Bằng cách sử dụng phím nhớ Ans, học sinh đã tính gần đúng BC thông qua $\sqrt{\text{Ans}}$, nghĩ là tính gần đúng BC với phép khai căn từ giá trị gần đúng của BC^2 gồm 8 chữ số thập phân sau dấu phẩy[8]. Nhờ vậy mà BC có độ chính xác cao như khi tính trực tiếp BC ở học sinh mã số 21 (15,00005342). Tuy nhiên học sinh đã cắt số của kết quả gần đúng BC và sử dụng MN khi tính $MN = \dfrac{MA \times BC}{AB}$. Cũng như học sinh mã số 21, học sinh mã số 01 lại tính được kết quả là 10.

3. Thay cho kết luận

Việc nghiên cứu các tình huống dạy học Toán với MTBT nhờ sự giúp đỡ của PMGL đã cho thấy những lợi ích quan trọng của PMGL đã thiết kế trong việc phân tích các sản phẩm của người học. Từ quan điểm của trường phái Didactic (Pháp) về giả thuyết học tập, chúng ta có thể làm rõ sự đồng hoá và điều ứng trong quá trình học bằng cách tự thích nghi của người học.

"Chủ thể học bằng cách tự thích nghi (đồng hóa và điều ứng) với một môi trường gây ra những mâu thuẫn, khó khăn, sự mất cân bằng". ([1], trang 53).

Việc tính đến tình trạng kiến thức của học sinh thông qua các phân tích chương trình và SGK sẽ cho phép thiết kế một hoạt động dạy học hợp lí trong môi trường MTBT. Đến lượt mình, PMGL cho phép quan sát để điều chỉnh và cải tiến các hoạt động dạy học nhằm giúp

[7] Phím nhớ này lưu lại kết quả tính toán cuối cùng vừa được thực hiện thành công.

[8] Tham khảo Lê Thái Bảo Thiên Trung (2010) : tuy máy tính CASIO fx570MS chỉ hiển thị tối đa 10 chữ số thập phân (tính cả trước và sau dấu phẩy) nhưng nó luôn tính toán với 11 chữ số thập phân (có một chữ số thập phân cuối cùng không hiển thị trên màn hình). Trong tính toán của học sinh 21, kết quả hiển thị trên màn hình là 225,0016027 chỉ có 7 chữ số thập phân sau dấu phẩy. Nhưng khi học sinh gọi phím nhớ Ans, kết quả gần đúng được sử dụng trong tính toán tiếp theo là 225,00160272 gồm 8 chữ số thập phân sau dấu phẩy (bạn đọc có thể kiểm tra bằng cách lấy Ans trừ cho 225,0016027 sẽ thấy chữ số 2.10^{-8}).

người học tự thích nghi để tiếp thu một cách tích cực các tri thức toán học cần dạy.

Tài liệu tham khảo

[1] A. Bessot, C. Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến, Những yếu tố cơ bản của didactic toán (Éléments fondamentaux de didactique des mathématiques) - Sách song ngữ Việt-Pháp, NXB ĐHQG Thành phố Hồ Chí Minh, 2009.

[2] A. Birebent, Articulation entre la calculatrice et l'approximation décimale dans les calculs numériques de l'enseignement secondaire français: choix des calculs trigonométriques pour une ingénierie didactique en classe de Première scientifique, Thèse, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2001.

[3] Bộ Giáo dục và Đào tạo, Chương trình Toán phổ thông, NXB Giáo dục, 2007.

[4] Le Thai Bao Thien Trung, Notion de limite et décimalisation des nombre réels au lycée, ISBN: 978-613-1-51572-9, NXB Universitaire Europénnes, 2010.

[5] Lê Thái Bảo Thiên Trung, Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học Toán và các lợi ích của máy tính cầm tay, Tạp chí Khoa học Giáo dục số 30 (64), ĐHSP TPHCM, tháng 9 năm 2011.

[6] Nguyễn Chí Long, Phương pháp tính, NXB Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2003.

[7] Nguyen Chi Thanh, La notion d'algorithme et de programmation dans l'enseignement au lycée et au début de l'Université. Thèse en cotutelle à l'École Normale Supérieure n°1 de Hanoi et à l'UJF, 2005.

[8] Phan Đức Chính (Tổng chủ biên), Tôn Thân (Chủ biên), Vũ Hữu Bình, Phạm Gia Đức, Trần Luận, Toán 7 (tập 1), NXB Giáo dục, 2008.

[9] Tạ Văn Đĩnh, Phương pháp tính, NXB Giáo dục, 2003.

[10] Trần Văn Hạo (Tổng Chủ biên) - Vũ Tuấn (Chủ biên) - Doãn Minh Cường - Đỗ Mạnh Hùng - Nguyễn Tiến Tài, Đại số 10, NXB Giáo dục, 2007.

[11] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (Chủ biên), Đoàn Minh Cường, Đỗ Mạnh Hùng, Nguyễn Tiến Tài, Hình học 10, NXB Giáo dục, 2006.

[12] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (Chủ biên), Doãn Minh Cường, Đỗ Mạnh Hùng, Nguyễn Tiến Tài, Hình học 10 (Sách giáo viên), NXB Giáo dục, 2006.

Study on Mathematics Teaching Situations in the Calculator Environment with a Software Emulator

Lê Thái Bảo Thiên Trung

Mathematics and Computer Science Faculty, Pedagogical University of HCM City, 280 An Dương Vương, District 5, Hồ Chí Minh City, Vietnam

Abstract: In the current program and text books for secondary education in Vietnam, the tendency to use the calculator to help calculate and organize math teaching activities has been ever more encouraged. But the design of maths teaching situation with the use of "calculator" and the experimental evaluation in order to perfect them before applying them to the teaching realities demand the serious studies both in the theoritical and practical aspects. However, the researchers of the maths teaching method lack a facility to collect information to implement the teachnig situations with the calculators. In this report, we present a software emulator with the interactive of the calculator being used widespread in the secondary schools now so as to collect information on the manipulation of the keys by students (according to the model of caculator Alpro of Nguyen Chi Thanh 2005). We will also introduce and analyze the teaching situations with the use of this calculator. The knowledge aimed in this situation is the accuracy of the result in a task of approximate calculation.

Keywords: Teaching and learning, calculator, software emulator, approximate calculation.